

unità didattica n. 7

LE OPZIONI SU TASSI DI INTERESSE: CAPS E FLOORS

- ✓ Definizione
- ✓ Modalità di utilizzo
- ✓ Elementi di valutazione: valore minimo e valore temporale
- ✓ Relazione di parità

**INTEREST RATE CAP
INTEREST RATE FLOOR
=
OPZIONI SUI TASSI DI INTERESSE**

Si differenziano dagli altri strumenti di copertura in quanto consentono di:

- prefissare un tetto per il costo del proprio indebitamento
- garantirsi un rendimento minimo su un investimento a tasso variabile

senza peraltro rinunciare ai possibili benefici connessi a:

- una riduzione dei tassi passivi
- un rialzo dei tassi attivi (aumento del parametro di indicizzazione di un investimento a tasso variabile)

INTEREST RATE CAP

E' un contratto in base al quale l'acquirente (detentore dell'opzione), previo pagamento immediato (o periodico) di un premio, acquista il diritto di ricevere dal venditore (emittente dell'opzione), per tutta la durata del contratto e alle scadenze future stabilite, la differenza, se positiva, fra un tasso variabile di riferimento prescelto e un tasso fisso predeterminato (*cap-rate* o *strike-rate*).

- Nessun pagamento ha luogo se il tasso di riferimento assume valori inferiori al cap rate
- L'acquirente si tutela da rialzi dei tassi che comporterebbero un incremento degli oneri finanziari, senza peraltro rinunciare ai benefici connessi a un eventuale ribasso dei tassi

Condizioni contrattuali di un interest rate cap:

- capitale convenzionale su cui calcolare gli interessi (*notional*);
- tasso variabile di riferimento, o reference rate (es. Euribor o Libor);
- *strike* o *cap rate*;
- durata del contratto;
- durata di ciascun periodo di interessi (trimestrale, semestrale, annuale);
- importo del premio da corrispondere (*upfront* o, più raramente, a rate)
- periodo di rilevamento del tasso di interesse variabile;

Importo dovuto per ogni periodo:

(reference rate - cap rate) x capitale x giorni/360)

La liquidazione dell'eventuale differenziale avviene alla fine di ogni periodo

INTEREST RATE CAP: CAPLETS

Un cap è composto da un certo numero di opzioni elementari, chiamate caplets.
Il numero di caplets dipende dalla scadenza e dal reference rate.

ESEMPI

a) Cap a 5 anni, reference rate libor 6 mesi
→ è composto da 9 caplets...

b) Cap a 1 anno, reference rate libor 3 mesi
→ è composto da 3 caplets...

... non ha senso scrivere un'opzione sul tasso del primo periodo, perché il libor corrente non è una variabile aleatoria, ma deterministica

Il sottostante di un caplet è uno specifico tasso forward

Il cap b), al punto precedente, ha come sottostanti i tassi forward:
3x6, 6x9, 9x12

INTEREST RATE CAP: UN ESEMPIO

data stipulazione del contratto: 1/1/07
capitale nozionale: 10 ml €; durata: 4 anni
cap rate: 4,25 %; parametro: Libor 6 mesi
liquidazione: semestrale;
premio: 0,12% semestrale

Evoluzione tassi e connessi flussi di pagamento

Anno	2007		2008		2009		2010	
	1	2	1	2	1	2	1	2
Libor (%)	4,00	4,15	4,20	4,35	4,55	4,75	5,25	4,65
Cap rate (%)								
	-	4,25	4,25	4,25	4,25	4,25	4,25	4,25
Payoff (%)	-	0	0	0,05	0,15	0,25	0,50	0,20
Premio (%)	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12
Saldo netto								
	-0,12	-0,12	-0,12	-0,07	0,03	0,13	0,38	0,08
Cash flow (000 €)								
	-12	-12	-12	-7	3	13	38	8

Utilizzo tipico: copertura da rischio rialzo dei tassi per imprese indebitate a tasso variabile

CAP: ESEMPIO DI COPERTURA

Mutuo indicizzato con le seguenti caratteristiche:

Vita residua: 5 anni

Rimborso capitale: unica soluzione alla scadenza

Tasso: Euribor 6 mesi + 0,5%

Acquisto un cap a 5 anni, strike 4,50%, premio 150 b.p.

Premio imputato a ogni semestre: 15 b.p.

Andamento dell'E6 e costo del debito (**nominale annuo**)

T(semestri)	E6	Cap Payoff % del notional	Premio % del notional	Costo del debito
1	3,95%	-	0,15%	4,75%
2	4,25%	-	0,15%	5,05%
3	4,40%	-	0,15%	5,20%
4	4,70%	0,10%	0,15%	5,30%
5	5,00%	0,25%	0,15%	5,30%
6	5,30%	0,40%	0,15%	5,30%
7	5,60%	0,55%	0,15%	5,30%
8	5,10%	0,30%	0,15%	5,30%
9	4,80%	0,15%	0,15%	5,30%
10	4,30%	-	0,15%	5,10%

INTEREST RATE CAP: LA COPERTURA

Se l'operazione da coprire (es. mutuo) prevede un piano di ammortamento è possibile negoziare cap con ammortamento del capitale nozionale.

E' inoltre possibile negoziare cap con decorrenza differita.

Es. mutuo con liquidazione degli interessi all'1/6 e all'1/12 di ogni anno, scadenza 1/12/2007.

In data 1/2/07 si decide di effettuare una copertura. →

Occorre un cap con decorrenza ritardata di 4 mesi rispetto alla data di negoziazione.

In questo caso è negoziabile anche l'opzione relativa al I periodo del cap, dall'1/6/2007 all'1/12/2007.

Possibilità analoghe esistono per i floors

INTEREST RATE FLOOR

E' un contratto mediante il quale l'acquirente, previo pagamento di un premio, acquisisce il diritto di ricevere dal venditore (emittente dell'opzione), alle scadenze prefissate, un pagamento pari all'eventuale differenza fra il tasso minimo concordato (*strike rate* o *floor rate*) e il valore di mercato di un parametro di riferimento moltiplicata per un capitale nozionale (*notional*).

- Non ha luogo alcun pagamento se il tasso di riferimento assume un valore superiore al *floor rate*;
- Il detentore del floor si tutela dagli effetti negativi di una discesa dei tassi di interesse, pur conservando la possibilità di beneficiare di eventuali rialzi dei tassi di mercato

Condizioni contrattuali di un interest rate floor:

- capitale convenzionale su cui calcolare gli interessi (*notional*);
- tasso variabile di riferimento (es. Euribor/Libor);
- *strike* o *floor rate*;
- durata del contratto;
- durata di ciascun periodo di interessi (trimestrale, semestrale, annuale);
- importo del premio da corrispondere (*upfront* o, più raramente, a rate)
- periodo di rilevamento del tasso di interesse variabile;

Un floor è composto da 1 o più opzioni elementari, chiamate floorlet

Importo dovuto per ogni periodo dal venditore:

(floor rate – reference rate) x capitale x (giorni/360)

data stipulazione del contratto: 1/1/07
capitale nozionale: 10 ml €; durata: 4 anni
floor rate: 4,40%; parametro: Libor 6 mesi
liquidazione: semestrale; premio: 0,15% semestrale.

Evoluzione tassi e connessi flussi di pagamento

Anno	2007		2008		2009		2010	
Semestre	1	2	1	2	1	2	1	2
Libor (%)	-	3,80	4,20	4,70	4,95	4,50	4,30	4,00
Floor rate (%)	-	4,40	4,40	4,40	4,40	4,40	4,40	4,40
Payoff (%)	-	0,30	0,10	0	0	0	0,05	0,20
Premio (%)	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
Saldo netto	0,15	0,15	-0,05	-0,15	-0,15	-0,15	-0,10	0,05
Cash flow (migliaia)	-15	15	-5	-15	-15	-15	-10	5

Utilizzo tipico: copertura dal rischio di riduzione del rendimento di un investimento a tasso variabile

Copertura di obbligazioni indicizzate:

valore nominale: 50 ml €;

cedola: euribor 6 mesi + 0,25%; vita residua: 6 anni

Acquisto floor a 6 anni, strike 4%, premio 132 b.p.

Premio semestrale imputato per competenza: 11 b.p.

Andamento E6 e rendimento cedolare (nominale annuo)

T(semestri)	E6	Floor Payoff %	Premio %	Rend. cedolare
1	4,35%	-	0,11%	4,38%
2	4,58%	-	0,11%	4,61%
3	4,90%	-	0,11%	4,93%
4	5,18%	-	0,11%	5,21%
5	4,95%	-	0,11%	4,98%
6	4,25%	-	0,11%	4,28%
7	3,90%	0,05%	0,11%	4,14%
8	3,70%	0,15%	0,11%	4,14%
9	3,60%	0,20%	0,11%	4,14%
10	3,40%	0,30%	0,11%	4,14%
11	3,30%	0,35%	0,11%	4,14%
12	3,50%	0,25%	0,11%	4,14%

CAP E FLOOR: MODALITÀ DI QUOTAZIONE

I market maker quotano un premio denaro e un premio lettera, espresso in % del nozionale

Quotazioni riferite a cap con reference rate Euribor 6 mesi , fornite da WestLB bank
(quotazioni del 22/5/2007)

	STRIKE								
	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5
Scad.									
2Y		52-56	7-13						
3Y	216-220	88-98	21-34	6-13	2-5				
4Y	292-301	132-150	43-64	16-30	6-15	3-8	1-5		
5Y	368-383	178-204	68-98	29-51	13-28	7-17	3-10	2-7	1-4
6Y	447-468	228-262	98-138	46-77	23-46	12-29	7-19	4-13	3-9
7Y	528-556	282-325	132-181	67-107	36-67	20-44	12-30	7-21	5-15
8Y	611-646	339-392	169-229	90-141	51-91	30-61	18-43	12-31	8-23
9Y	697-739	399-461	209-279	116-178	67-118	41-81	25-58	17-42	11-32
10Y	783-833	461-532	251-332	144-217	85-147	53-103	34-74	22-55	52-42

VALORE MINIMO DI CAPLET E FLOORLET

Indichiamo con:

X, N : tasso strike e nozionale del caplet

$F(t_1, t_2)$: tasso forward relativo al periodo di riferimento del caplet, espresso come tasso nominale annuo

$S(t_2)$: fattore di sconto relativo alla scadenza t_2

g : numero di giorni compresi tra t_1 e t_2

Valore minimo, o valore intrinseco del caplet:

$$\text{Max}(0; F(t_1, t_2) - X) \cdot N \cdot \frac{g}{360} \cdot S(t_2)$$

Il valore intrinseco è proporzionale alla differenza, se positiva, tra il tasso forward e lo strike del caplet

Valore minimo, o valore intrinseco di un floorlet:

$$\text{Max}(0; X - F(t_1, t_2)) \cdot N \cdot \frac{g}{360} \cdot S(t_2)$$

Il valore intrinseco è proporzionale alla differenza, se positiva, tra lo strike e il tasso forward del floorlet

VALORE INTRINSECO E VALORE TEMPORALE

Valore temporale di un caplet :

differenza tra premio e valore intrinseco

Premio di un cap: somma dei premi di tutti i caplet che lo compongono

Valore intrinseco di un cap:

somma dei valori intrinseci di tutti i caplet che lo compongono

Valore temporale di un cap:

differenza tra premio e valore intrinseco

Definizioni analoghe valgono per i floor

VALORE INTRINSECO DI UN CAP: ESEMPIO

Consideriamo un cap a 10 anni, strike 4,50%, scritto su euribor a 6 mesi

t (anni)	tassi zero coupon	forward uniperiodali	caplet – valore intrinseco
1	4,00%	4,00%	-
2	4,10%	4,20%	0,0000
3	4,18%	4,34%	0,0000
4	4,25%	4,46%	0,0000
5	4,31%	4,55%	0,0408
6	4,36%	4,61%	0,0854
7	4,41%	4,71%	0,1556
8	4,45%	4,73%	0,1627
9	4,50%	4,90%	0,2697
10	4,54%	4,90%	0,2570
		totale cap	0,9712

VALORE INTRINSECO E VALORE TEMPORALE

t (anni)	premio caplet	caplet – valore intrinseco	caplet – valore temporale
0x1	-	-	-
1x2	0,2001	0,0000	0,2001
2x3	0,3725	0,0000	0,3725
3x4	0,5049	0,0000	0,5049
4x5	0,6015	0,0408	0,5607
5x6	0,6675	0,0854	0,5821
6x7	0,7394	0,1556	0,5838
7x8	0,7641	0,1627	0,6014
8x9	0,8470	0,2697	0,5773
9x10	0,8465	0,2570	0,5895
totale cap	5,5436	0,9712	4,5724

RELAZIONE DI PARITÀ CAP/FLOOR

1. Acquisto cap con strike 4,50%, scadenza 5 anni, reference rate euribor 12 mesi, 100 di nozionale.
2. Vendo un floor con le stesse caratteristiche

Alla scadenza di ogni opzione:

Se $E_{12} > 4,50\%$

Esercito il cap, la controparte abbandona il floor

Flusso di cassa: $(E_{12} - 4,50\%) 100$

Se $E_{12} < 4,50\%$

Abbandono il cap, la controparte esercita il floor

Flusso di cassa: $-(4,50\% - E_{12}) 100 = (E_{12} - 4,50\%) 100$

La posizione complessiva equivale a un forward swap in posizione corta sul tasso fisso

Acquisto cap + vendita floor = forward swap corto sul fisso

Vendita cap + acquisto floor = forward swap lungo sul fisso

cap e floor devono avere lo stesso strike, la stessa scadenza e lo stesso reference rate

Se lo strike delle opzioni coincide con il tasso di mercato del forward swap il premio del cap coincide con il premio del floor...

... perché la stipulazione di un forward swap non richiede esborsi monetari in capo ad alcuno dei contraenti

LA VALUTAZIONE DELLE OPZIONI SUI TASSI DI INTERESSE

Ricapitolando...
per i cap:

Premio delle singole opzioni = valore intrinseco + valore temporale

- Valore intrinseco = beneficio connesso all'eventuale esercizio immediato ($i_{mkt} - i_{strike} > 0$)
- Valore temporale = beneficio connesso alla possibilità che l'esercizio futuro divenga più conveniente
- Il valore temporale è più difficile da valutare e varia in modo non lineare rispetto al tasso di mercato
- Alla scadenza il valore temporale è nullo

Per i floor valgono considerazioni analoghe

Variabili che influenzano il prezzo di un cap/floor

1. Tasso strike
2. Curva dei tassi impliciti
3. Volatilità del tasso di mercato
4. Frequenza dei pagamenti
5. Durata

Fattore	Cap	Floor	Collar	
			acquisto (+c-f)	Vendita(-c+f)
Tasso strike	-	+	-	+
Tassi impliciti	+	-	+	-
Volatilità	+	+	?	?
Durata	+	+	?	?
Frequenza pagamenti	+	+	?	?

- Il collar rappresenta una combinazione contrattuale di un *cap* e di un *floor* a tassi di esercizio diversi;
- L'acquisto di un cap e la vendita di un floor equivalgono all'acquisto di un collar;
- La vendita di un cap e l'acquisto di un floor equivalgono alla vendita di un collar;

I due contratti consentono di creare un tasso variabile entro una banda di oscillazione (*collar*) delimitata verso l'alto dal *cap rate* e verso il basso dal *floor rate*;

Tasso massimo = tasso strike cap = i_{max}

Tasso minimo = tasso strike floor = i_{min}

$i = \text{tasso di mercato}$

Il debitore a tasso variabile può acquistare un collar:

- se $i > i_{\max}$ → incassa $(i - i_{\max})$
- se $i < i_{\min}$ → paga $(i_{\min} - i)$
- se $i_{\min} < i < i_{\max}$ → non vi è alcun flusso di pagamento
- Così facendo si protegge da un rialzo dei tassi ma limita i potenziali benefici connessi a un ribasso
- Rispetto al cap, il collar:
 - ha un costo minore o nullo (se premio cap = premio floor)
 - implica la rinuncia ai benefici se $i < \text{floor rate}$

L'investitore a tasso variabile può vendere un collar:

- se $i > i_{\max}$ → paga $(i - i_{\max})$
- se $i < i_{\min}$ → incassa $(i_{\min} - i)$
- se $i_{\min} < i < i_{\max}$ → non vi è alcun flusso di pagamento
- Così facendo si protegge da un ribasso dei tassi ma limita i potenziali vantaggi connessi a un rialzo
- Rispetto a un floor il collar:
 - ha un costo minore o nullo (se premio floor = premio cap)
 - implica la rinuncia ai benefici se $i > \text{cap rate}$

INTEREST RATE COLLAR

- Maggiore è il differenziale fra tasso floor e tasso cap, maggiore è la variabilità del tasso all'interno del collar;
- Minore è la differenza fra i due tassi, minore è la variabilità
- Se i due strike coincidono, l'indebitamento (investimento) si trasforma da tasso variabile a tasso fisso;
- Il cap e il floor possono essere legati a parametri diversi fra loro (es. E12m e libor 3m) trasformando il collar in uno strumento di asset-liability management;

Esempio:

Raccolta su Libor 3m per finanziare impiego su E12m

Posso coprire il rischio di tasso acquistando un *collar* con cap riferito a libor 3 mesi, e floor riferito a E12m.

COLLAR – COPERTURA DI UN DEBITO INDICIZZATO A E6M

Acquisto di un collar con le seguenti caratteristiche:

- Capitale di riferimento (*notional*): 100 ml €
- Strike rates: 4,5% minimo, 5,5% massimo
- Durata del contratto: 4 anni
- Tasso di interesse di riferimento: E6m
- Premio netto: 0,1% semestrale

Collar negoziato 1 mese prima dell'erogazione del debito

t (sem.)	Floor rate %	Cap rate %	E6m %	Flussi del debito	Flussi del collar		Flussi totali
					premio	diff.	
0	-	-	-	+100	-	-	+100
1	4,5	5,5	4,10	-2,05	0,10	-0,20	-2,35
2	4,5	5,5	4,40	-2,20	0,10	-0,05	-2,35
3	4,5	5,5	4,80	-2,40	0,10	-	-2,50
4	4,5	5,5	5,20	-2,60	0,10	-	-2,70
5	4,5	5,5	5,60	-2,80	0,10	0,05	-2,85
6	4,5	5,5	5,90	-2,95	0,10	0,20	-2,85
7	4,5	5,5	5,70	-2,85	0,10	0,10	-2,85
8	4,5	5,5	5,30	-102,65	0,10	-	-102,75

INTEREST RATE COLLAR

II Esempio

data di inizio: 1/1/2007

durata: 4 anni

cap rate: 5,8%

floor rate: 4,8%

parametro: Libor 6 mesi

liquidazione: semestrale

premio: 0,1% p.a.

Anno	2007		2008		2009		2010	
Semestre	1	2	1	2	1	2	1	2
Libor (%)	5,8	6,1	5,8	5,2	4,7	4,5	4,3	4,2
Cap rate (%)	5,8	5,8	5,8	5,8	5,8	5,8	5,8	5,8
Floor rate (%)	4,8	4,8	4,8	4,8	4,8	4,8	4,8	4,8
Payoff (%)	-	(0,3)	-	-	0,1	0,3	0,5	0,6
Premio (%)	(0,1)	(0,1)	(0,1)	(0,1)	(0,1)	(0,1)	(0,1)	(0,1)
Saldo netto	(0,1)	(0,4)	(0,1)	(0,1)	-	0,2	0,4	0,5

Si consideri l'effetto della vendita del *collar* per la copertura di obbligazioni indicizzate al Libor + 20 b.p.

Cap rate 5,8 %

Floor rate 4,8 %

Premio 0,1 %

Anno	2007		2008		2009		2010	
Semestre	1	2	1	2	1	2	1	2
Libor (%)	5,8	6,1	5,8	5,2	4,7	4,5	4,3	4,2
Interessi	6,0	6,3	6,0	5,4	4,9	4,7	4,5	4,4
Flussi netti <i>collar</i>	(0,1)	(0,4)	(0,1)	(0,1)	-	0,2	0,4	0,5
Rend. cedolare	5,9	5,9	5,9	5,3	4,9	4,9	4,9	4,9

$$\text{Tasso min.} = \text{floor rate} + \text{spread} - \text{premio} = 4,9\%$$

$$(4,8\%) \quad (0,2\%) \quad (0,1\%)$$

$$\text{Tasso max} = \text{cap rate} + \text{spread} - \text{premio} = 5,9\%$$

$$(5,8\%) \quad (0,2\%) \quad (0,1\%)$$

